文章编号:1000-4939(2023)02-0264-11

钝度对高超声速钝锥边界层稳定性的影响

秦丽华,韩宇峰,曹伟

(天津大学力学系,300072 天津)

摘　要:采用直接数值模拟方法计算了8个不同球头半径的钝锥基本流,运用线性稳定性理论分析了钝度对边界层稳定性的影响。结果表明,随钝度增大,边界层内的不稳定区向下游移动,第二模态的最大增长率减小。在线性稳定性分析的基础上,研究了非线性扰动演化以及平均流修正对稳定性的影响。结果表明,在基本流中引入有限幅值扰动后,下游的平均流剖面会发生明显改变。流场稳定性发生显著变化,线性阶段最不稳定的第二模态波变得稳定,而第一模态波明显增长起来。第一模态波的快速增长使 N 值可以达到4,这将会对转捩有很大的促进作用。

关键词:高超声速边界层;钝度;直接数值模拟;稳定性分析;转捩预测;非线性扰动演化

中图分类号:V211.5　　**文献标志码:**A　　**DOI:**10.11776/j.issn.1000-4939.2023.02.004

Effect of bluntness on the stability of hypersonic blunt cone boundary layers

QIN Lihua, HAN Yufeng, CAO Wei

(Department of Mechanics, Tianjin University, 300072 Tianjin, China)

Abstract: Instabilities of boundary layers over blunt cones with eight nose radiuses are numerically studied. The effect of bluntness on the boundary layer stability is analyzed by linear stability theory. It is found that the passivation of the cone nose leads to a downstream movement of the unstable region and a decrease of the maximum growth rate of the second mode. On this basis, nonlinear disturbance evolution and the effects of the mean flow distortion on the stability are studied. The results reveal that when the disturbance with finite-amplitude is introduced into the flow, the downstream mean flow profiles are obviously modified. As a result, the second-mode, which is the dominant instability in linear growth stage, is damped greatly while the first mode wave is amplified significantly. The rapid growth of the first mode can reach $N=4$, which will considerably promote the transition.

Key words: hypersonic boundary layer; bluntness; direct numerical simulation; stability analysis; transition prediction; nonlinear disturbance evolution

边界层转捩是指边界层流动由层流状态转变为湍流状态的过程,是由多个因素影响的复杂流动物理现象。转捩过程中飞行器表面的摩擦系数急剧升高,显著改变气动力和壁面热流,直接影响飞行器的

收稿日期:2022-02-11　　**修回日期:**2022-12-13
基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 116722051732011);国家重点研究发展计划资助项目(No. 2016YFA0401200)
通信作者:曹伟,教授。E-mail: caow@tju.edu.cn
引用格式:秦丽华,韩宇峰,曹伟. 钝度对高超声速钝锥边界层稳定性的影响[J]. 应用力学学报,2023,40(2):264-274.
QIN Lihua, HAN Yufeng, CAO Wei. Effect of bluntness on the stability of hypersonic blunt cone boundary layers[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2023, 40(2):264-274.

气动性能和热防护设计。因此在高超声速飞行器设计中,准确预测转捩位置就变得非常重要。

近年来,从实验、理论和数值方面对转捩进行了大量研究。如壁面温度对平板边界层转捩的影响以及转捩测量技术的研究[1-2],但对于高超声速钝锥边界层转捩的研究相对较少。如图 1 所示,给出了钝锥的示意图,不同的 R^* 表示不同的钝度,R^* 越大则钝度越大。钝度是影响转捩的重要因素之一,其中,STETSON 等[3]在马赫数 5.5 的实验中,发现在小钝度范围内增加钝度会导致转捩推迟,当钝度大于某个临界值时,转捩位置反而提前,此现象被称为“转捩反转”。后来,SOFTLEY[4]在实验中也发现了反转现象。对于小钝度范围内转捩推迟的现象可以通过由于头部钝度产生的熵层使当地雷诺数减少来解释,但对于大钝度时产生转捩反转的原因是未知的。1984 年,STETSON 等[5]在马赫数 7.99 的钝锥流动稳定性实验中未观察到转捩反转现象,原因是实验中使用的钝锥模型不够长,不足以发生转捩。他们的实验表明边界层的扰动主要是第二模态波。最近,NATO STO 组 AVT-240 研究了钝度对高超音速零攻角锥体转捩的影响,通过瞬态增长理论分析发现,圆锥头部附近的干扰会产生相对显著的非模态放大,转捩的开始与钝度和粗糙度的综合影响有关[6]。

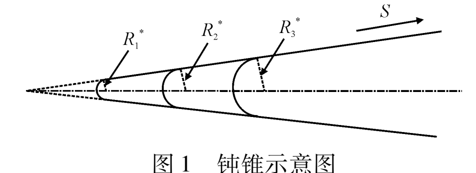


图 1　钝锥示意图

Fig. 1　Schematic diagram of blunt cone

在数值模拟方面,关于钝度对转捩的影响研究大都是基于线性稳定性理论,依据 STETSON 等[5]马赫数 7.99 的实验工况,许多学者进行了数值研究[7-9]。结果表明,头部钝化使边界层更加稳定,但并未发现转捩反转。ZHONG 等[10]对 STETSON 等[3]马赫数 5.5 流动转捩实验观察到的反转现象进行线性稳定性分析。数值研究了 0.156、0.5、1.5 英寸的 3 个不同头部半径,但没有发现反转现象。由于实验环境中的噪声干扰是不可控的,其幅值可能大到使扰动增长绕过线性区而迫使转捩提前发生。他们提出有必要进一步研究非线性效应对转捩的影响。

总之,对于 STETSON 等[3]实验中出现的转捩反转现象,很多学者都进行了研究,但都未找到转捩反转发生的原因。对于钝锥,目前的数值研究多集中在线性稳定性分析,而非线性扰动演化的研究较少,因此,本研究主要采用考虑非线性的扰动直接数值模拟方法,对不同钝度球锥的扰动演化进行分析,以研究非线性作用对钝锥边界层稳定性的影响。

1　数值方法

1.1　物理模型

本研究的计算模型如图 2 所示,无穷远来流为零攻角,图中 (x,r) 是柱坐标系。x、r 分别代表柱坐标系的轴向与径向,坐标原点选在钝锥的球头驻点处。(ξ,η) 是贴体坐标系,分别表示沿锥面方向和垂直锥面方向。θ 表示钝锥的半锥角,R^* 表示钝锥体头部半径。虚线包含的区域为计算域,点划线表示弓形激波的大致位置,计算域的内边界是钝锥体的壁面,计算域的外边界保证包含弓形激波。

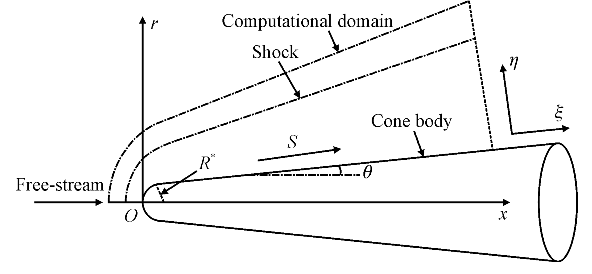


图 2　物理模型的坐标系及计算域示意图

Fig. 2　The physical model and calculation domain

图 3 给出了计算钝锥基本流的网格分布示例,流向和法向网格分布按指数形式分别在圆锥头部和壁面处加密,网格类型选择的是光滑分布。对于不同钝度的网格分布,根据其边界层的厚度调整网格的密度,保证边界层内和头部区域有足够的网格点。

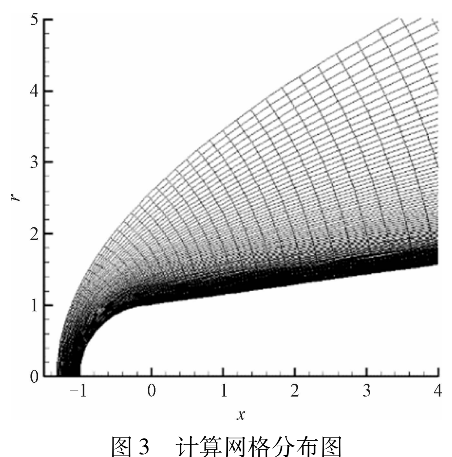


图 3　计算网格分布图

Fig. 3　Distribution of computational grid

1.2 计算方法及参数选取

本研究基本流的计算采用柱坐标系下的 N-S 方程,由于本研究的计算模型为零攻角钝锥模型,其流动沿周向一致,在柱坐标系下方程可以简化为二维形式,具体如下。

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t}+\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial x}+\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial r}=\frac{\partial \boldsymbol{E}_{\mathrm{v}}}{\partial x}+\frac{\partial \boldsymbol{F}_{\mathrm{v}}}{\partial r}+\boldsymbol{M} \tag{1}$$

其中:x、r 为轴向和径向坐标;t 为时间变量;$\boldsymbol{U}$ 为守恒变量;$\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{F}$ 分别为无黏通量;$\boldsymbol{E}_{\mathrm{v}}$、$\boldsymbol{F}_{\mathrm{v}}$ 为黏性通量;$\boldsymbol{M}$ 为柱坐标系产生的源项。各项具体表达形式参考文献[11]。计算时对方程式(1)中的量进行无量纲化,其中:x、r 以钝锥头部半径进行无量纲化;ρ、u、v、T 分别以自由来流的密度 ρ_∞^*、速度 U_∞^* 和温度 T_∞^* 进行无量纲化;压力 p 用 $\rho_\infty^* U_\infty^* U_\infty^*$ 进行无量纲化;黏性系数以 μ_∞^* 进行无量纲化;热传导系数由黏性系数和普朗特数给出;时间 t 和频率 ω 用 R^*/U_∞^* 进行无量纲化;上标"*"表示有量纲量;下标"∞"表示无穷远来流参数。

数值计算时,需将柱坐标系下的控制方程变换到计算坐标系下。贴体计算坐标为(ξ,η),变换后的控制方程为

$$\frac{\partial \hat{\boldsymbol{U}}}{\partial t}+\frac{\partial \hat{\boldsymbol{E}}}{\partial \xi}+\frac{\partial \hat{\boldsymbol{F}}}{\partial \eta}=\frac{\partial \hat{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{v}}}{\partial \xi}+\frac{\partial \hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{v}}}{\partial \eta}+\hat{\boldsymbol{M}} \tag{2}$$

其中:$\hat{\boldsymbol{U}}=J\boldsymbol{U}$;$\hat{\boldsymbol{E}}=J(\xi_x\boldsymbol{E}+\xi_y\boldsymbol{F})$;$\hat{\boldsymbol{F}}=J(\eta_x\boldsymbol{E}+\eta_y\boldsymbol{F})$;$\hat{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{v}}=J(\xi_x\boldsymbol{E}_{\mathrm{v}}+\xi_y\boldsymbol{F}_{\mathrm{v}})$;$\hat{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{v}}=J(\eta_x\boldsymbol{E}_{\mathrm{v}}+\eta_y\boldsymbol{F}_{\mathrm{v}})$;$\hat{\boldsymbol{M}}=J\boldsymbol{M}$;$J$ 为坐标变换的雅克比行列式。

基本流的计算中,壁面边界条件采用无滑移和等温壁面条件,极轴处使用轴对称边界条件,上边界给定自由来流条件,出口采用基本量线性外推条件。扰动演化的计算是在基本流的基础上引入有限幅值的扰动,对于二维情况,入口边界条件为

$$\begin{cases} u(t,0,y)=u_0(0,y)+A\left[\hat{u}(y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(-\omega t)}\right]_{\mathrm{real}} \\ v(t,0,y)=v_0(0,y)+A\left[\hat{v}(y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(-\omega t)}\right]_{\mathrm{real}} \\ T(t,0,y)=T_0(0,y)+A\left[\hat{T}(y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(-\omega t)}\right]_{\mathrm{real}} \\ p(t,0,y)=p_0(0,y)+A\left[\hat{p}(y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(-\omega t)}\right]_{\mathrm{real}} \end{cases} \tag{3}$$

其中:$\hat{u}(y)$、$\hat{v}(y)$、$\hat{T}(y)$、$\hat{p}(y)$ 分别为对应物理量的特征函数;ω 为入口给定的频率;A 为扰动的幅值;下标 real 表示取实部。出口处使用嵌边区条件[12],将扰动在出口处吸收衰减为零,避免扰动反射对上游流场产生影响。由于本研究计算的扰动是二维平面波,展向波数 $\beta=0$,扰动波在向下游演化的过程中始终是沿圆锥母线传播的平面波。柱坐标系下的 N-S 方程可以简化为二维 N-S 方程,因此,扰动演化的计算也采用二维 N-S 方程。

计算参数选取与 STETSON 等[3]实验工况相同,零攻角,半锥角 8 度,来流马赫数 $Ma_\infty=5.5$,$Pr=0.72$,$\gamma=1.4$,壁面温度 $T_w=296$ K,其他参数见表 1。计算时对流项应用五阶 WENO 格式,黏性项使用六阶中心差分格式,时间项采用三阶 Runge-Kutta 法。

表 1 自由来流参数表

Tab. 1 Computational parameters

密度/(kg·m^{-3})	温度/K	压力/Pa	动力黏度/(N·s·m^{-2})	单位雷诺数/(1·m^{-1})
1.549×10^{-1}	174.46	7 756.56	1.176×10^{-5}	1.895×10^{7}

1.3 转捩预测方法

对于转捩位置预测,本研究采用的是基于线性稳定性理论的 e^N 方法[13-14],根据线性稳定性理论,将小扰动写成行进波的形式

$$\varphi'(\xi,\eta,\zeta,t)=\varphi(\eta)e^{i(\alpha\xi+\beta\zeta-\omega t)} \tag{3}$$

其中:ξ、η、ζ 分别代表流向坐标、法向坐标、周向坐标;ω 是扰动波的频率;α 和 β 分别为流向波数和展向波数,对于空间模式 α 为复数,$-\alpha_i$ 表示扰动的增长率。对增长率沿流向积分可得到幅值放大倍数 N,N 值表达式为

$$N=\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)=-\int_{x_0}^{x}\alpha_i\mathrm{d}x \tag{4}$$

其中:A_0 为扰动的初始幅值;A 为扰动增长的幅值。对于高超声速边界层转捩预测现在还没有具体的实验数据能够确定 N 值取多大作为转捩判据。本研究依据改进的 e^N 方法,认为扰动的初始幅值都为 0.3%,当幅值增大到 1.5% 时认为转捩开始,此时,根据式(4)可以计算出 $N=\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)=4$。

1.4 程序验证

基本流计算程序和线性稳定性理论程序的可靠性验证,选择与文献[10]相同的工况,计算了 4、12.7、38.1 mm,3 个钝度的钝锥基本流场,并进行稳定性分析。图 4 给出了钝度为 4 mm 的基本流的流

向速度剖面对比，图 5 给出了 3 种工况的中性曲线对比图。可以看出与文献[10]的计算结果吻合较好，表明本研究的程序是可靠的。

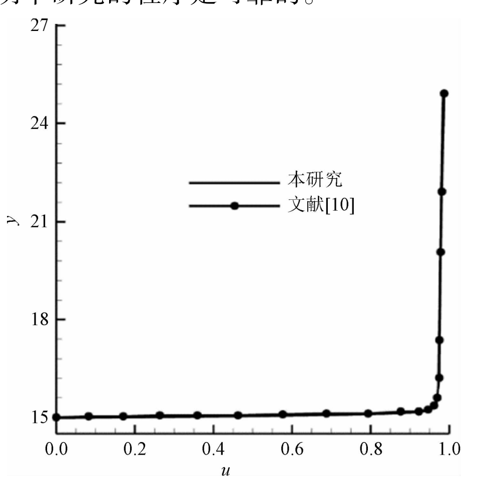


图 4　流向速度剖面与文献[10]的结果对比($s^* = 0.4$ m)

Fig. 4　Comparison of flow velocity profile with Ref. [10] ($s^* = 0.4$ m)

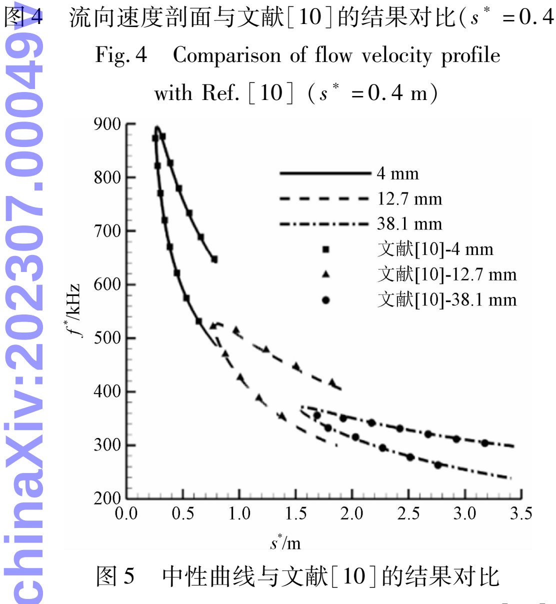


图 5　中性曲线与文献[10]的结果对比

Fig. 5　Comparison of neutral curves with Ref. [10]

对于扰动计算程序的验证，由于小扰动直接数值模拟(DNS)的结果应该与线性稳定性理论(LST)的结果相符。为此，选择钝度 4 mm 的情况，从基本流取 140 倍到 210 倍的头部半径区域作为计算域。在计算域入口引入基本流线性稳定性分析得到的第二模态波，其频率为 $\omega = 11$，初始幅值为 1×10^{-6}，计算到周期定常后得到扰动幅值增长曲线，并与线性稳定性理论预测的幅值增长结果对比。如图 6 所示，实线表示 DNS 的结果，虚线表示 LST 预测的结果，可以看出两者吻合较好，表明扰动计算程序可靠。

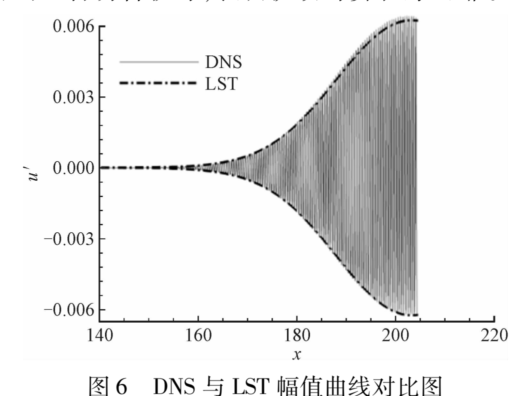


图 6　DNS 与 LST 幅值曲线对比图

Fig. 6　Comparison of amplitude between DNS and LST

2　基本流计算结果与分析

在先前的研究中，大多数数值计算只选择了 3 个钝度(LEI 等[10]，2012)，但都未发现转捩反转。因此，在实验工况的基础上，本研究进一步扩大了钝度范围。选取了 8 个不同钝度，分别为 4、12.7、20、30、38.1、50、60、80 mm，其中 4、12.7、38.1 mm 为实验中的 3 个钝度。对不同钝度的基本流本研究都进行了网格无关性验证，法向网格边界层内不少于 101 个网格点，流向网格头部区域做加密处理，保证计算结果的可靠性。由于扰动演化的研究需要在线性稳定性分析的基础上进一步开展，因此本章首先介绍线性稳定性分析的一些计算结果，为进一步数值模拟扰动演化做准备。下面给出了不同钝度情况下的基本流和稳定性分析结果的对比。

2.1　无量纲坐标下基本流场特性及稳定性的分析

由于无量纲特征长度选取的是圆锥前缘头部半径，根据公式 $Re = \dfrac{\rho_\infty^* U_\infty^* R^*}{\mu_\infty^*}$ 可知，在无量纲坐标系下，钝度的变化通过改变来流雷诺数来实现，钝度对基本流场的影响体现为雷诺数变化对流场特性的影响。不同钝度下的来流雷诺数见表 2，R^* 表示半径，Re_∞ 表示来流雷诺数。

表 2　不同钝度的来流雷诺数

Tab. 2　Free-stream Reynolds number for different bluntness

R^*	4 mm	12.7 mm	20 mm	30 mm	38.1 mm	50 mm	60 mm	80 mm
Re_∞	75 800	240 665	379 000	568 500	721 995	947 500	1 137 000	1 516 000

图 7 给出了沿流向同一位置 $s = 150$(s 表示从圆锥头部驻点起沿锥面方向的坐标，下同)，不同钝

度的钝锥基本流的流向速度和温度剖面。由图7(a)可以看出随着钝度的增加,速度剖面越来越靠近壁面,表明边界层变得越来越薄。图 7(b)也可看出,随着钝度的增加边界层变薄,同时边界层内的温度剖面峰值变大。由于头部半径的增大,雷诺数也随之增大,流体黏性力变小使得边界层内的黏性区越来越小,边界层变薄。

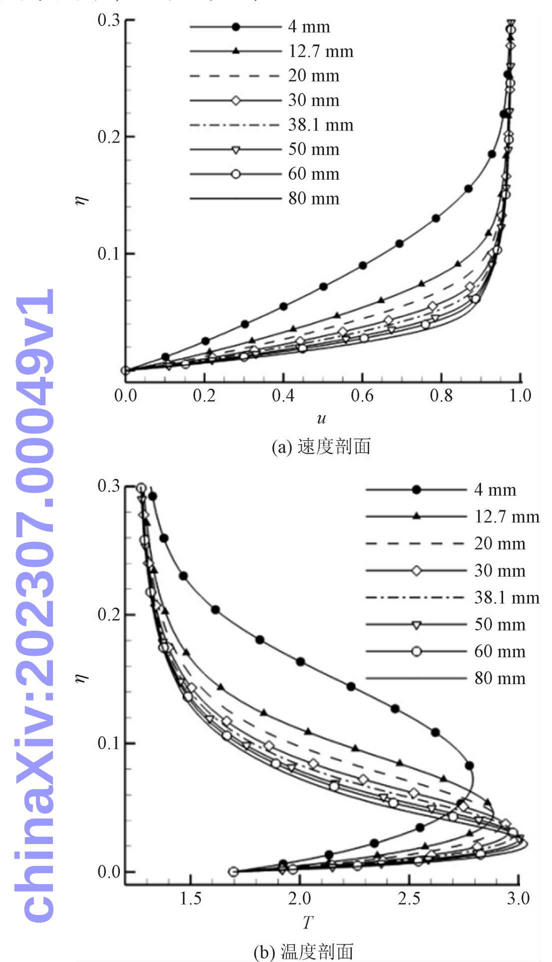


图 7 无量纲坐标下不同钝度基本流的速度剖面和温度剖面($s=150$)

Fig. 7 Velocity and temperature profiles in nondimensional coordinates with different bluntness ($s=150$)

根据线性稳定性理论,对不同钝度的定常基本流进行稳定性分析,计算得到不同钝度下基本流中性曲线和最大增长率沿流向的变化,如图 8 所示。

图 8(a)为不同钝度下的中性曲线,可以看出不同钝度的基本流出现不稳定波的频率区间有很大的差别,钝度最小的不稳定波频率的范围也最小,随着钝度增大,不稳定波出现的范围随之变大。从整体上看,钝度越大,最先出现不稳定波的位置也跟着向靠近钝锥头部的方向移动,但移动的量不是很大。图 8(b)为最大增长率沿流向的变化,可以看出,随钝度增大,最大增长率也随之增大。在无量纲坐标下,不同钝度的钝锥之间存在相似性。

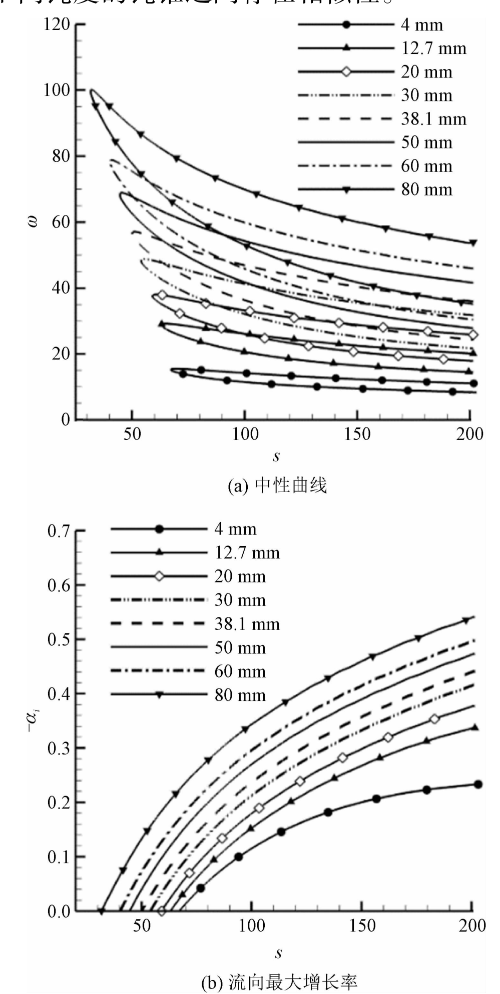


图 8 不同钝度基本流的中性曲线和最大增长率沿流向的变化

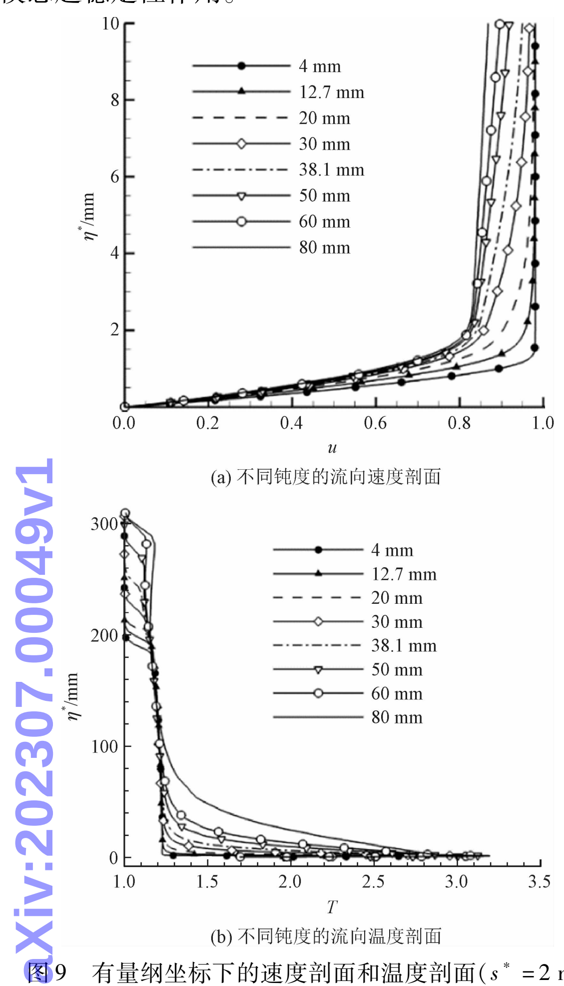
Fig. 8 Neutral curves and maximum growth rate along the streamwise direction for basic flow with different bluntness

2.2 有量纲坐标下基本流场特性及稳定性的分析

图 9 给出了有量纲坐标下同一位置不同钝度基本流剖面的比较结果。可以看到随着钝度的增加,有量纲的边界层厚度变大,这是由于钝度增大使流体动能亏损变多,边界层内速度变化到来流速度的趋势变得越来越缓。从温度剖面可以明显看出,随着钝度增大,激波出现的位置逐渐远离壁面。

图 10 给出的是有量纲坐标下不同钝度基本流的中性曲线和最大增长率沿流向的变化。从图10(a)可以更直观地看到钝度对边界层稳定性的影响,钝度越大,基本流的不稳定区域越向下游移动,不稳定波的有量纲频率最大值也越来越小。图10(b)给出了有量纲最大增长率随流向的变化,随

着钝度增加，有量纲最大增长率明显减小。这都表明第二模态波随钝度增大越来越稳定，钝度对第二模态起稳定性作用。



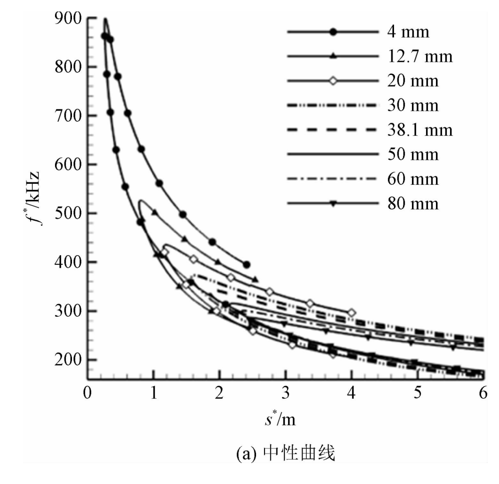
(a) 不同钝度的流向速度剖面

(b) 不同钝度的流向温度剖面

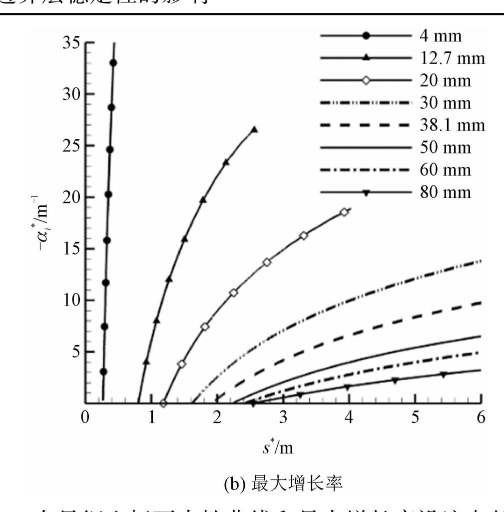
图 9　有量纲坐标下的速度剖面和温度剖面（$s^*=2$ m）

Fig. 9　Velocity and temperature profiles in dimensional coordinates with different bluntness ($s^*=2$ m)

图 11 给出了不同钝度基本流通过线性稳定性分析得到的 N 值曲线。可以看出，N 值曲线的斜率随钝度的增大而减小，表明取同一 N 值作为转捩判据时，转捩位置随钝度增加而向下游移动。



(a) 中性曲线



(b) 最大增长率

图 10　有量纲坐标下中性曲线和最大增长率沿流向的变化

Fig. 10　Neutral curves and maximum growth rate along the streamwise direction in dimensional coordinates

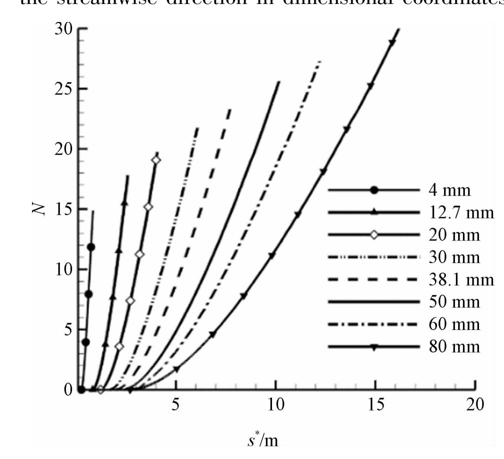


图 11　不同钝度基本流的 N 值曲线

Fig. 11　N-factor curves of basic flow with different bluntness

在图 12 中给出了不同钝度下基本流的转捩位置与头部半径的关系，可以发现 N 值分别取 4、5、6 和 7 时得到的规律是相似的。即转捩位置随钝度的增大而向下游移动。

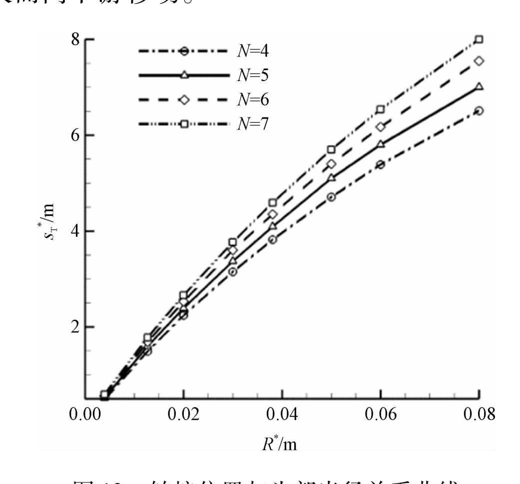


图 12　转捩位置与头部半径关系曲线

Fig. 12　The transition position at different N-factors

在文献[10]计算的 3 个钝度工况中(参照图 5),得到的稳定性分析结果表明,第二模态不稳定波在基本流中最先出现的位置随钝度的增大向下游移动。在本研究的 8 个不同钝度的钝锥基本流中,尽管扩大了钝度范围,但通过线性稳定性分析得到的结果与现有的数值研究结果一致[7-9],圆锥前缘钝化使得转捩推迟,在数值计算中尚未获得“转捩反转”现象。为了进一步研究钝度对边界层稳定性的影响,在下一节将介绍非线性扰动对稳定性的影响。

3 有限幅值扰动演化的数值研究

对于小扰动波的扰动演化,其对基本流场不会产生影响,流场的流动稳定性与基本流相同,但由于实际实验环境的复杂性,扰动可能存在着多样性和不确定性,扰动的幅值可能足够大,而绕过线性增长阶段。对于有限幅值扰动演化,在流场中会产生非线性作用,为了研究非线性对稳定性的影响,在基本流的基础上进一步开展了有限幅值扰动演化的数值研究。

3.1 扰动演化计算结果

计算域的选取是在原来的钝锥基本流计算域基础上重新截取一段计算域,作为扰动演化的新计算域。新的计算域如图 13 所示,以此计算域内的流场作为基本流,计算域入口距离钝头前缘约 140 个头部半径。

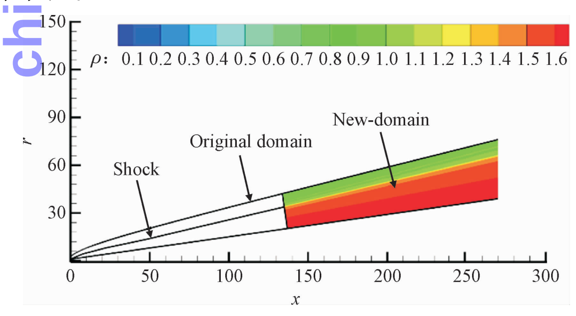


图 13 有限幅值扰动演化的计算域

Fig. 13 The computational domain for the finite-amplitude disturbance

以头部半径 4 mm 的工况展示有限幅值扰动演化的计算结果。在计算域入口处引入线性稳定性分析得到的最不稳定的第二模态波。图 14 是由线性稳定性理论得到的第二模态特征函数曲线图,特征函数以边界层内速度特征函数幅值的最大值进行归一化,其实部和虚部如图 14(a)和 14(b)所示。

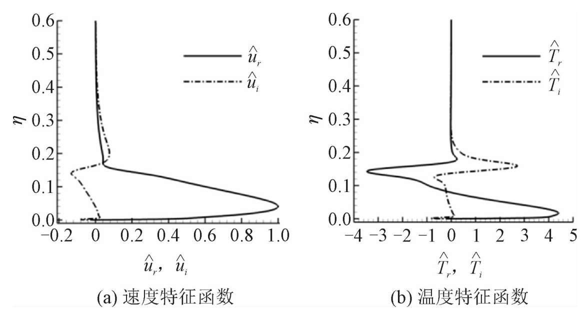


图 14 入口加入的第二模态特征函数

Fig. 14 The second mode eigenfunction introduced at the inlet

首先,研究了频率为 $\omega=11$ 初始幅值为 1×10^{-3} 的扰动。图 15 给出了扰动演化的结果,其中图 15(a)是 LST 预测的扰动幅值增长曲线与 DNS 幅值增长结果的对比,可以看到在 $x=162$ 之前 DNS 的结果可与 LST 的结果大致重合,但在 $x=162$ 之后 DNS 的计算结果开始偏离 LST 预测的幅值增长趋势,且 DNS 的结果明显小于 LST 的结果。表明此时边界层内已经开始出现不可忽略的非线性扰动。DNS 的扰动幅值由 1×10^{-3} 增长到 0.3 左右后开始趋于饱和。从扰动的瞬时速度增长图 15(b)中可以更直观地看到,在 $x=162$ 之后瞬时速度的增长开始出现上下不对称,这表明基本流开始出现修正,在下游 $x=170$ 之后瞬时速度增长逐渐趋于饱和。

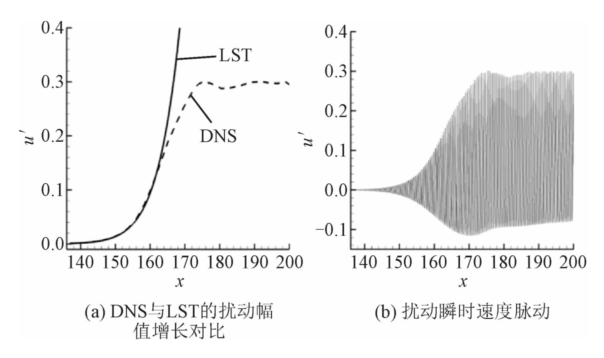


图 15 初始幅值为 1×10^{-3} 的扰动演化计算结果

Fig. 15 Calculation results of disturbance evolution with the initial amplitude of 1×10^{-3}

图 16 给出了初始幅值为 1×10^{-2} 的扰动演化结果,从中可以发现 DNS 的幅值增长结果更早的偏离 LST 预测的幅值增长曲线,大约在 $x=150$ 处就发生偏离,且在大约 $x=160$ 左右 DNS 的幅值增长就趋于饱和。还可以看出扰动瞬时速度的增长相比入口幅值 1×10^{-3} 的增长更快,这都表明在初始幅值更大的情况下,非线性扰动出现的位置更靠上游。因此,为了分析非线性扰动对稳定性的影响,在计算域入口选择引入的扰动初始幅值为 1×10^{-2}。

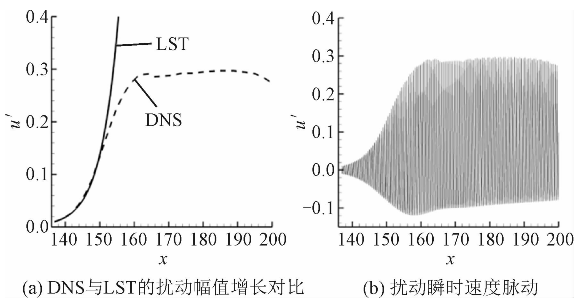


图 16　初始幅值为 1×10^{-2} 的扰动演化计算结果

Fig. 16　Calculation results of disturbance evolution with the initial amplitude of 1×10^{-2}

3.2　平均流计算结果与分析

平均流修正与转捩密切相关[15-18]，基于以上认识，首先对平均流场进行分析。将计算到周期定常的瞬时扰动流场对时间平均，以获得平均流场。以 4 mm 的工况为例，入口扰动频率为 $\omega=11$，初始扰动幅值为 1×10^{-2}，图 17 给出了沿流向不同站位的平均流剖面对比图。可以看到，随着扰动波向下游的不断演化，流向速度剖面和温度剖面都出现了很大修正，且温度剖面出现了两个峰值。

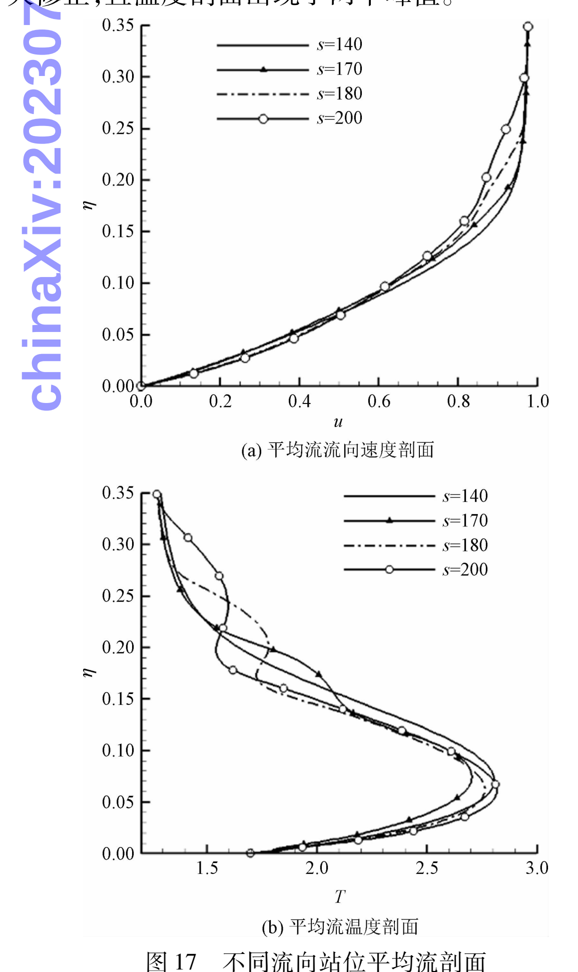


图 17　不同流向站位平均流剖面

Fig. 17　Mean flow profiles at different streamwise locations

图 18 给出了沿流向不同位置，平均流剖面和基本流剖面的广义拐点（GIP）的分布。可以看出，基本流的边界层中没有广义拐点，而对于平均流，在下游 $s=180$ 和 $s=200$ 的流向位置边界层内出现了 4 个广义拐点。表明在平均流场的下游其稳定性发生了明显改变。

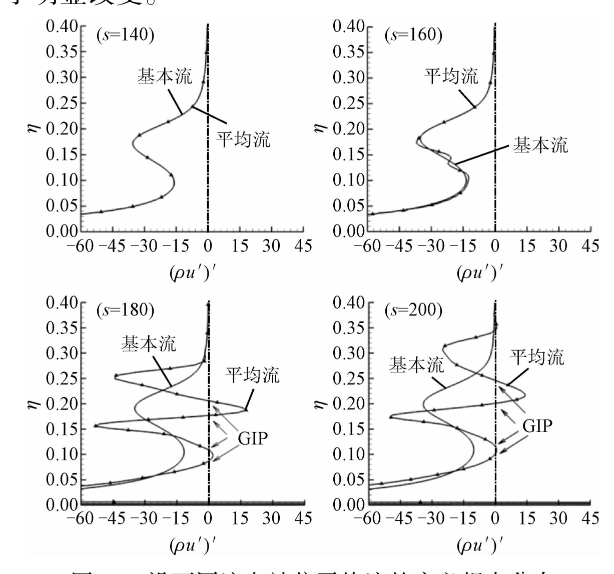


图 18　沿不同流向站位平均流的广义拐点分布

Fig. 18　Generalized inflection points of mean flow at different streamwise locations

运用线性稳定性理论对得到的平均流进行线性稳定性分析，图 19 给出了沿流向不同位置，稳定性分析后得到的平均流中性曲线（β-ω 平面）与原基本流中性曲线的对比。

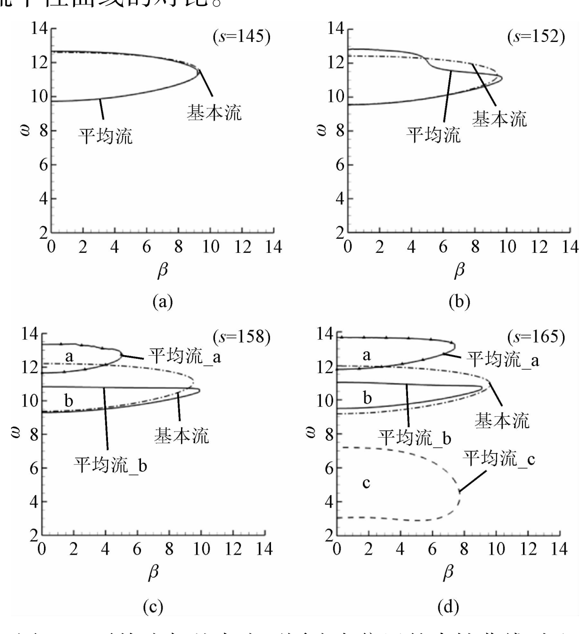


图 19　平均流与基本流不同流向位置的中性曲线对比

Fig. 19　Neutral curves of the mean flow and the basic flow at different streamwise locations

可以看到随着扰动向下游的演化，平均流的失稳区域逐渐偏离原来的不稳定区。在流向 $s=152$ 的位置，平均流的中性曲线在 $\omega=12$ 附近开始出现凹陷，继续向下游演化，在流向 $s=158$ 的位置，平均流的中性曲线分为两个不稳定区域（分别用 a、b 表示）。再继续向下游，除了高频的两个区域，平均流在低频位置出现了一个新的不稳定区域。

图 20 给出的是平均流不同流向位置的中性曲线对比图，可以看到平均流的 3 个失稳区域在向下游的演化过程中发生的变化，其中 a 和 b 两个不稳定区域的范围都在缩小，同时展向波数也在减小。而 c 区域对应的低频区的不稳定波范围却在扩大，且不稳定波的频率和展向波数都在不断变大。表明边界层内的扰动非线性作用使得两个高频区的不稳定波变得越来越稳定，而低频区的不稳定波增长起来。

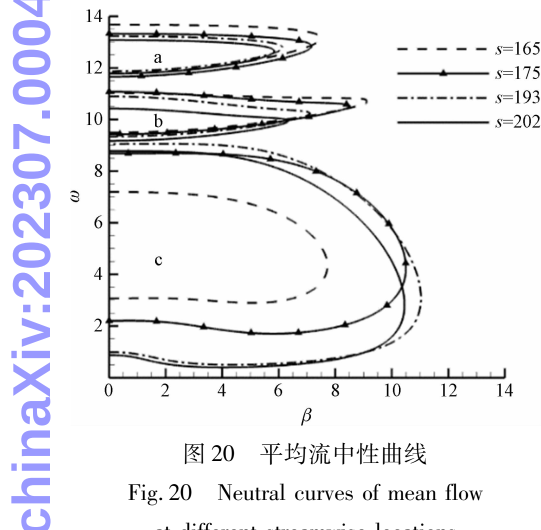


图 20 平均流中性曲线

Fig. 20 Neutral curves of mean flow at different streamwise locations

为了分析这 3 个失稳区域扰动的特征，给出了 $s=175$ 位置处，平均流 3 个失稳区域对应不稳定波相速度随频率的变化，如图 21 所示。从相速度可以看出频率最低的不稳定波类似于第一模态，而另外两个高频区的不稳定波类似于第二模态。图 22 给出的是同一流向位置，$s=175$ 处的 3 个模态对应的特征函数。可以看出频率最低的模态对应的速度和温度特征函数峰值都远离壁面，这与第一模态特征函数的特征相同。因此，频率最低的模态对应于第一模态。另外两个模态的速度和温度特征函数最大值都靠近壁面，这与第二模态特征函数的特征相同，因此这两个模态都属于第二模态，但这两个模态的温度特征函数的峰值存在一定的差别，是两个不完全相同的模态（分别用第二模态_a 和第二模态_b 表示）。表明由于非线性作用导致的平均流修正，使得基本流中的第二模态分成了两个模态。

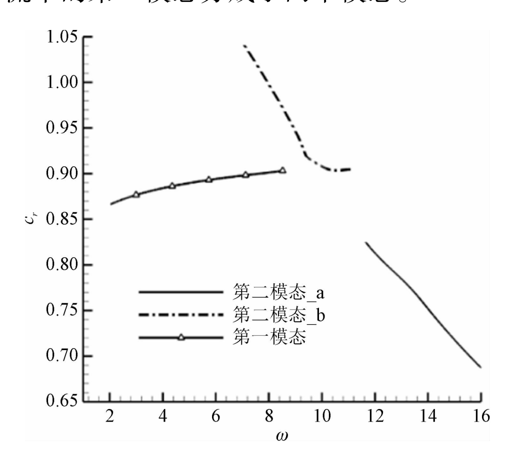


图 21 平均流第一模态和第二模态相速度随频率的变化

Fig. 21 Variation of the phase speed of the first and second modes along frequency

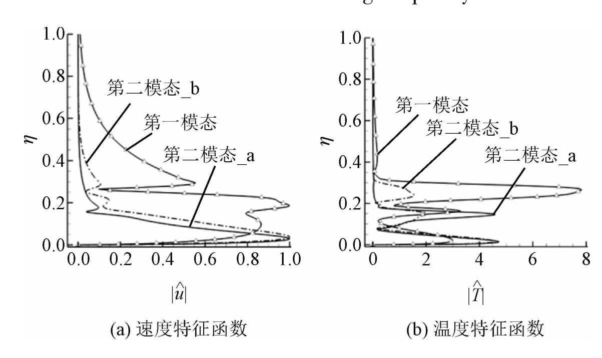


图 22 平均流第一模态和第二模态特征函数曲线

Fig. 22 Shape-functions of the first and second modes in mean flow

图 23 给出了沿流向不同站位，3 个失稳区域第一模态和第二模态增长率随频率的变化。可以发现，随着向下游的演化第二模态的增长率不断缩小，增长率最大值从 0.12 逐渐缩小到 0.06，而第一模态的增长率明显增大，增长率的最大值从最初的 0.03 增大到 0.06 左右。这表明扰动向下游演化的过程中，由于非线性作用对平均流剖面的修正，使得第二模态波的作用在减小，而第一模态不稳定波的作用在不断增大。

对于其他钝度，本研究也进行了与上述同样的计算，选取相同的计算域入口位置，距前缘约 140 倍的头部半径，在入口处引入该位置所对应的最不稳定的第二模态波，初始幅值相同均为 1×10^{-2}。通过直接数值模拟计算得到平均流，并对平均流进行稳定性分析。图 24 给出了 12.7、38.1、60 mm，3 个不同钝度下的平均流的第一模态和第二模态增长率。可以看出，对于不同钝度的情况，出现的影响规律类

似，随着扰动向下游的演化，都出现了第一模态增大，第二模态减小的现象。

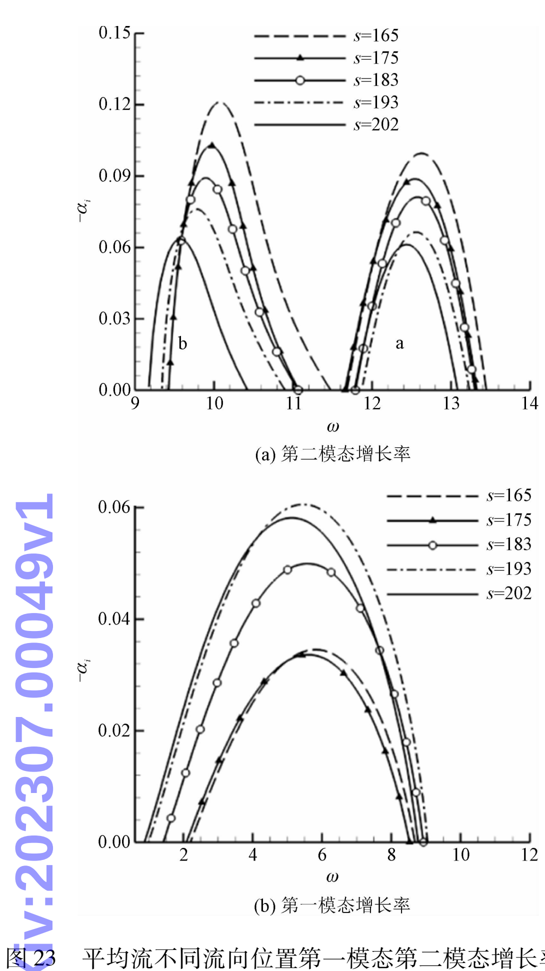


图 23　平均流不同流向位置第一模态第二模态增长率曲线

Fig. 23　The first and second mode growth rate of the mean flow at different streamwise locations

从第一模态和第二模态的增长率曲线可以看出，第一模态的增长率已经达到与第二模态增长率相同的数量级。为了分析第一模态对转捩的影响，图 25 给出了 8 个不同钝度下的第一模态 N 值曲线。可以看出，对于 4 mm 的情况，N 值只能达到 2，但对于其他钝度的情况，N 值均大于 4。这表明有限幅值扰动演化的非线性作用使得第一模态变得不稳定，可能在转捩过程中起着重要作用。

在基本流中引入有限幅值扰动后，基本流剖面出现明显修正，流场不稳定性发生了显著变化。结果表明，边界层中的第二模态变得越来越稳定，而第一模态的不稳定性明显增加。对于不同钝度的情况均存在上述现象。由于有限幅值扰动的影响与计算域入口位置的选取以及扰动的初始幅值均相关。因此，很难通过 e^N 方法来定量的计算预测平均流的转捩位置。

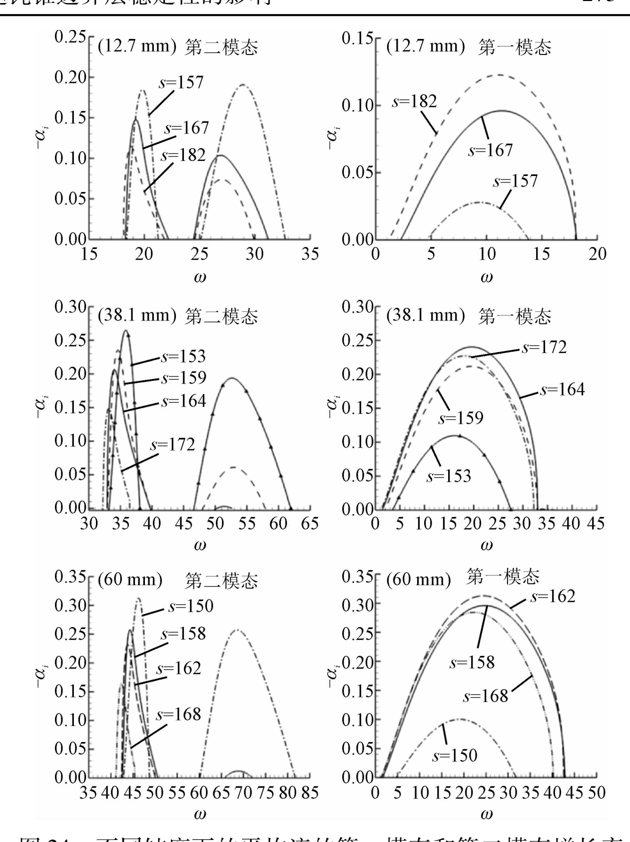


图 24　不同钝度下的平均流的第一模态和第二模态增长率

Fig. 24　The first and second mode growth rate of the mean flow for different bluntness

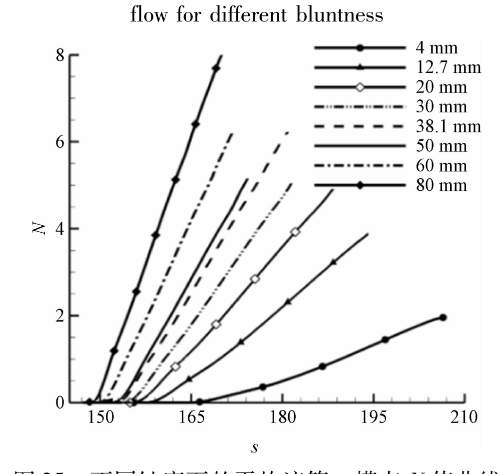


图 25　不同钝度下的平均流第一模态 N 值曲线

Fig. 25　The first mode N-factors for different bluntness

4　结　论

本研究通过直接数值模拟方法计算了来流参数与 STETSON 等[1]实验工况相同的 8 个不同钝度的钝锥基本流场，分析了钝度对基本流场特性的影响，并通过线性稳定性理论对流场进行了稳定性分析。在此基础上研究了考虑非线性扰动产生的基本流修正对流场及稳定性的影响，得到如下结论。

1)在4～80 mm的钝度范围内,基本流的线性稳定性分析结果表明,随着钝度的增加,边界层内第二模态不稳定波的频率降低。且边界层内的不稳定区域逐渐向下游移动,最大增长率明显降低。通过e^N方法预测转捩位置的结果表明,随钝度增大,转捩位置向下游移动,未发现转捩反转现象。

2)引入有限振幅扰动后,平均流剖面得到明显的修正。非线性作用使得边界层内的第二模态波越来越稳定,而第一模态不稳定波明显增长起来。第一模态波的快速增长使N值可以达到$N=4$,这将会对转捩有很大的促进作用。这与"转捩反转"的发生可能存在着一定的关系,需要进一步开展研究以寻找相应的依据。

参考文献:

[1] 张明辉,卓旺旺,王广忠. 壁面温度在多参数下对平板边界层的影响研究[J]. 应用力学学报,2020,37(2):755-760.
ZHANG Minghui,ZHUO Wangwang,WANG Guangzhong. Study on the influence of wall temperature on the boundary layer of flat plate under multi-parameters[J]. Chinese journal of applied mechanics,2020,37(2):755-760(in Chinese).

[2] 焦予秦,赵越,肖春生. 基于温敏光纤的边界层转捩测量技术研究[J]. 应用力学学报,2019,36(6):1253-1259.
JIAO Yuqin,ZHAO Yue,XIAO Chunsheng. Investigation on technique of boundary-layer transition measurement based on temperature-sensitive optical fiber[J]. Chinese journal of applied mechanics,2019,36(6):1253-1259(in Chinese).

[3] STETSON K F, RUSHTON G H. Shock tunnel investigation of boundary-layer transition at $M=5.5$[J]. AIAA journal,1967,5(5):899-906.

[4] SOFTLEY E J. Transition of the hypersonic boundary layer on a cone,part ii:experiments of $m=10$ and more on blunt cone transition[M]. [S. l.]:General Electric Space Sciences Laboratory,1968.

[5] STETSON K F,THOMPSON E R,DONALDSON J C,et al. Laminar boundary layer stability experiments on a cone at Mach 8,part 2:Blunt cone[C]//22nd Aerospace Sciences Meeting. Reston,VA,USA:AIAA,1984:AIAA 1984-6.

[6] PAREDES P,CHOUDHARI M M,LI F,et al. Nosetip bluntness effects on transition at hypersonic speeds:Experimental and numerical analysis under NATO STO AVT-240[C]//2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting. Reston, VA, USA: AIAA, 2018: AIAA 2018-0057.

[7] MALIK M R,SPALL R E,CHANG C L. Effect of nose bluntness on boundary layer stability and transition[C]//28th Aerospace Sciences Meeting. Reston,VA,USA:AIAA,1990:AIAA 1990-112.

[8] ROSENBOOM I,HEIN S,DALLMANN U. Influence of nose bluntness on boundary-layer instabilities in hypersonic cone flows[C]//30th Fluid Dynamics Conference. Reston,VA,USA:AIAA,1999:AIAA 1999-3591.

[9] KIMMEL R L,DEMENTRIADES A,DONALDSONJ C. Space-time correlation measurements in a hypersonic transitional boundary layer[J]. AIAA journal,1996,34(12):2484-2489.

[10] LEI J,ZHONG X L. Linear stability analysis of nose bluntness effects on hypersonic boundary layer transition[J]. Journal of spacecraft and rockets,2012,49(1):24-37.

[11] KARA K,BALAKUMAR P,KANDIL O A. Effects of nose bluntness on hypersonic boundary-layer receptivity and stability over cones[J]. AIAA journal,2011,49(12):2593-2606.

[12] 苏彩虹,周恒. 嵌边法出流条件在可压缩流直接数值模拟中的应用[J]. 空气动力学学报,2006,24(3):289-294.
SU Caihong,ZHOU Heng. The application of fringe method as the outflow boundary condition for the direct numerical simulation of compressible flows[J]. Acta aerodynamica Sinica,2006,24(3):289-294(in Chinese).

[13] 周恒,赵耕夫. 流动稳定性[M]. 北京:国防工业出版社,2004.

[14] HOLDEN M S, BOWER D R, CHADWICK K. Measurements of boundary layer transition on cones at angle of attack for Mach numbers from 11 to 13[C]//Fluid Dynamics Conference. Reston,VA,USA:AIAA,1995:AIAA 1995-2294.

[15] 王新军,罗纪生,周恒. 平面槽道流中层流-湍流转捩的"breakdown"过程的内在机理[J]. 中国科学G辑(物理学 力学 天文学),2005,35(1):71-78.
WANG Xinjun,LUO Jisheng,ZHOU Heng. The internal mechanism of the "breakdown" process of laminar-turbulent transition in plane channel flow[J]. Science in China ser. g(physics,mechanics & astronomy),2005,35(1):71-78(in Chinese).

[16] 黄章峰,曹伟,周恒. 超音速平板边界层转捩中层流突变为湍流的机理——时间模式[J]. 中国科学G辑(物理学 力学 天文学),2005,35(5):537-547.
HUANG Zhangfeng, CAO Wei, ZHOU Heng. The mechanism of laminar-turbulent transition in a supersonic boundary layer on a flat plate—time mode[J]. Science in China ser. g(physics,mechanics & astronomy),2005,35(5):537-547(in Chinese).

[17] 曹伟,黄章峰,周恒. 超音速平板边界层转捩中层流突变为湍流的机理研究[J]. 应用数学和力学,2006,27(4):379-386.
CAO Wei,HUANG Zhangfeng,ZHOU Heng. Study of the mechanism of breakdown in laminar-turbulent transition of a supersonic boundary layer on a flat plate[J]. Applied mathematics and mechanics,2006,27(4):379-386(in Chinese).

[18] 董明,罗纪生. 高超音速零攻角尖锥边界层转捩的机理[J]. 应用数学和力学,2007,28(8):912-920.
DONG Ming,LUO Jisheng. Mechanism of transition in a hypersonic sharp cone boundary layer with zero angle of attack[J]. Applied mathematics and mechanics,2007,28(8):912-920(in Chinese).

(编辑 李坤璐)